

# 我可以看到玛丽的信吗？

徐洋漾

(浙江省江山中学高一(8)班,324100)

在高一数学第一章中我们学习了简易逻辑. 记忆比较深刻的是逻辑联结词.

逻辑联结词有:“或”、“且”、“非”3个,结合真值表可以加以理解:

(1)“非 $p$ ”形式的复合命题的真假与命题 $p$ 的真假相反;

(2)“ $p$ 且 $q$ ”形式复合命题,当命题 $p$ 与 $q$ 同真时为真,其他情况时为假;

(3)“ $p$ 或 $q$ ”形式复合命题,当命题 $p$ 与 $q$ 同假时为假,其他情况为真.

运用简易逻辑可以解决一些有趣的逻辑推理题.

举个简单的例子.

甲:“一个人至多能吃5个面包.”

乙:“两个人至少可以吃10个面包.”

丙:“3个人吃不下14个面包.”

丁:“10个人可以吃下50个面包.”

其中有一个人在撒谎,请问:哪个人在撒谎?

这个问题太简单了,肯定是丙在撒谎!口算都可以算得出来!3个人可以吃得下14个面包嘛!吃15个也可以呀!

这个例子是简单了点,可下面一个稍微要动一点脑筋.

著名童话《爱丽丝漫游奇境记》的作者,英国剑桥大学数学讲师卡洛尔曾提及如下趣题:

(1)室内所有注明日期的信都是用蓝纸写的;

(2)玛丽写的信都是以“亲爱的”开始的;

(3)除了查理以外没有人用黑墨水写信;

(4)我可以看到的信都没有收藏起来;

(5)只有一页信纸的信中,没有一封不注

明日期;

(6)未做记号的信都是用黑墨水写的;

(7)用蓝纸写的信都收藏起来了;

(8)一页以上信纸的信中,没有一封是做记号的;

(9)以“亲爱的”开始的信,没有一封是查理写的.

请判断:我是否可以看到玛丽的信?

像这种问题,做时一定要有条不紊,一步步来判断,找出突破口.

题中9句话,涉及的事项有10个,为了简明,我们用字母表示这10个事项,然后用逻辑方法加以推究.

用 $p$ 表示“注明日期的信”;

$u$ 表示“用黑墨水写的信”;

$q$ 表示“用蓝纸写的信”;

$v$ 表示“我可以看到的信”;

$r$ 表示“玛丽写的信”;

$w$ 表示“被收藏起来的信”;

$s$ 表示以“亲爱的”开始的信;

$x$ 表示“只有一页信纸的信”;

$t$ 表示“查理写的信”;

$y$ 表示“做了记号的信”.

这样可以把上面的9句话表示为:

(1) $p \rightarrow q$ ; (2) $r \rightarrow s$ ;

(3) $\neg t \rightarrow \neg u$ ; (4) $v \rightarrow \neg w$ ;

(5) $x \rightarrow p$ ; (6) $\neg y \rightarrow u$ ;

(7) $q \rightarrow w$ ; (8) $\neg x \rightarrow \neg y$ ;

(9) $s \rightarrow \neg t$ .

为判断“是否可以看到玛丽的信”,就要寻找 $r$ 与 $v$ 之间的关系,为此,可以(2)出发,继而由(9) $s \rightarrow \neg t$ ,...,顺次可得出如下的一连串关系:

○错在哪里○

## 集合常见错误辨析

周斌

((浙江省岱山县东沙中学,316211))

对于初学集合的同学来说,往往由于概念不清晰,理解不透彻,解题思路不严谨,容易犯下一些错误.下面举数例,帮同学们学习时辨析.

## 一、对集合元素概念理解不清

例1 设  $A = \{y \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{y \mid y = x + 1, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

错解 由  $y = x^2 + 1$  与  $y = x + 1$  联立解得  $\begin{cases} x = 0, \\ y = 1, \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$

故  $A \cap B = \{(0, 1), (1, 2)\}$ .

辨析 多数同学误以为题目是求抛物线  $y = x^2 + 1$  与直线  $y = x + 1$  的交点坐标,其实不然,出错原因是没有搞清集合中的代表元素是什么.  $A, B$  中的代表元素都是  $y$ , 都表示两个函数值的集合,而  $A = \{y \mid y \geq 1\}, \{y \mid y \in \mathbf{R}\}$ , 故  $A \cap B = \{y \mid y \geq 1\}$ .

二、忽视空集  $\emptyset$ 

例2 已知  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^* \text{ 且 } \frac{2}{2-x} \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{x \mid ax = 1\}$ , 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $a$ .

错解  $A = \{1, 3, 4\}$ ,  $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$ , 当  $x = 1$  时,  $a = 1$ ; 当  $x = 3$  时,  $a = \frac{1}{3}$ ;  $x = 4$  时,  $a = \frac{1}{4}$ , 综上所述  $a = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ .

辨析 只考虑了  $B \neq \emptyset$  的情形, 忽视了

$B = \emptyset$  仍然符合  $B \subseteq A$ , 故  $a = 0, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ .

## 三、忽视检验和检查

例3 已知  $A = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$ ,  $B = \{-3, 2\}$ ,  $C = \{2, 5\}$  且  $\emptyset \subsetneq A \cap B$ ,  $A \cap C = \emptyset$ , 求  $a$ .

错解  $\because A \cap C = \emptyset, \therefore 2 \in A$  且  $5 \in A$ , 又  $\emptyset \subsetneq A \cap B, \therefore -3 \in A, \therefore -3$  是方程  $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$  的一个根, 即  $9 + 3a + a^2 - 19 = 0$  解得  $a = 2$  或  $a = -5$ .

辨析 当  $a = -5$  时,  $A = \{-3, -2\}$ ; 当  $a = 2$  时,  $A = \{-3, 5\}$  这与  $5 \in A$  矛盾,  $\therefore a = -5$ .

例4 已知  $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid 2x^2 - ax + 2 = 0\}$ . 若  $B \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

错解 ①当  $B = \emptyset$  时,  $\Delta = a^2 - 16 < 0$ , 解得  $-4 < a < 4$ ; ②当  $B \neq \emptyset$  时, 又  $A = \{1, 2\}$ , 当  $x = 1$  时,  $a = 4$ ; 当  $x = 2$  时,  $a = 5$ , 综上所述,  $-4 < a \leq 4$  或  $a = 5$ .

辨析 当  $a = 4$  时,  $B = \{1\}$  满足  $B \subseteq A$ ; 当  $a = 5$  时,  $B = \{2, \frac{1}{2}\}$  不满足  $B \subseteq A$  (舍去), 正确答案为:  $-4 < a \leq 4$ .

由(2) $r \rightarrow s$ ; 由(9) $s \rightarrow \neg t$ ;

由(3) $\neg t \rightarrow \neg u$ ; 由(6) $\neg u \rightarrow y$ ;

由(8) $y \rightarrow x$ ; 由(5) $x \rightarrow p$ ;

由(1) $p \rightarrow q$ ; 由(7) $q \rightarrow w$ ;

由(4) $w \rightarrow \neg v$ .

连结起来, 就有  $r \rightarrow s \rightarrow \neg t \rightarrow \neg u \rightarrow y$

$\rightarrow x \rightarrow p \rightarrow q \rightarrow w \rightarrow \neg v$ .

可知  $r \rightarrow \neg v$ , 说明“我不能看到玛丽的信”.

至此为止, 你是否觉得简易逻辑很有趣, 它能给予你知识与智慧.

(指导教师: 王勤)